

## Spis treści

### 1 Wstęga o zadanym potencjale. Linie ekwipotencjalne. Linie sił 1

TEMAT: POTENCJAŁ. LINIE SIŁ POLA ELEKTRYCZNEGO. TRANSFORMACJE KONFORMNE.

Podstawa: ...

### 1 Wstęga o zadanym potencjale. Linie ekwipotencjalne. Linie sił

**P r o b l e m.**

Znaleźć linie ekwipotencjalne w przypadku wstęgi o zadanym potencjale położonej na płaszczyźnie uziemionej i linie sił pola.

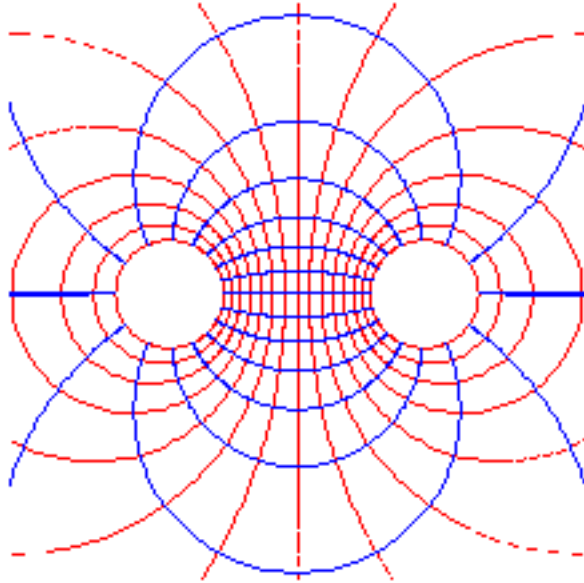
Najlepiej jest (?) pracować we współrzędnych bipolarnych zadanych następująco:

$$x = \frac{a \sinh(v)}{\cosh(v) - \cos(u)}, \quad y = \frac{a \sin(u)}{\cosh(v) - \cos(u)} \quad (1)$$

gdzie

$$0 \leq u < \pi, \quad -\infty < v < \infty. \quad (2)$$

## Bipolar



### Współrzędne bipolarne

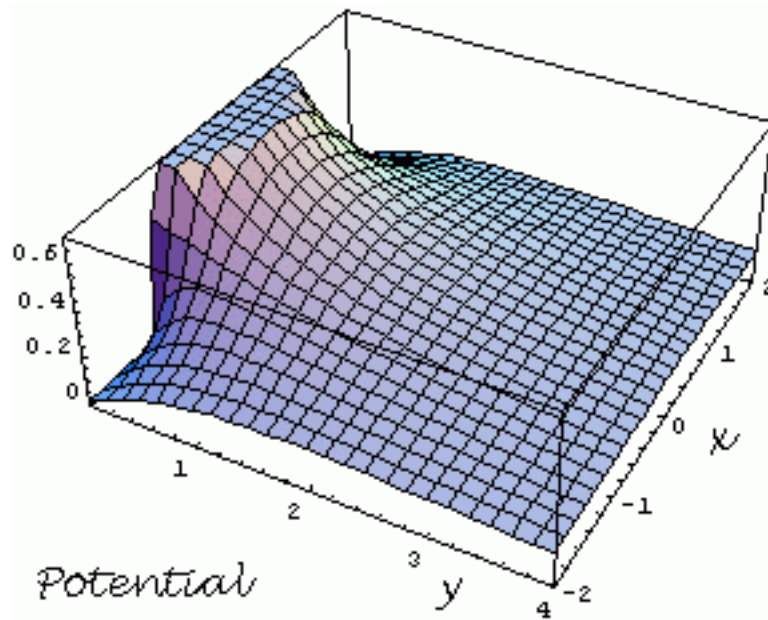
Wstęgę umieścimy tak by pokryła się z osią  $z$ . (Patrz rysunek;  $a = 1$ ).  
Równanie Laplace'a redukuje się w tym wypadku do postaci

$$\Delta V(u, v) = \frac{\partial^2 V}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} = 0. \quad (3)$$

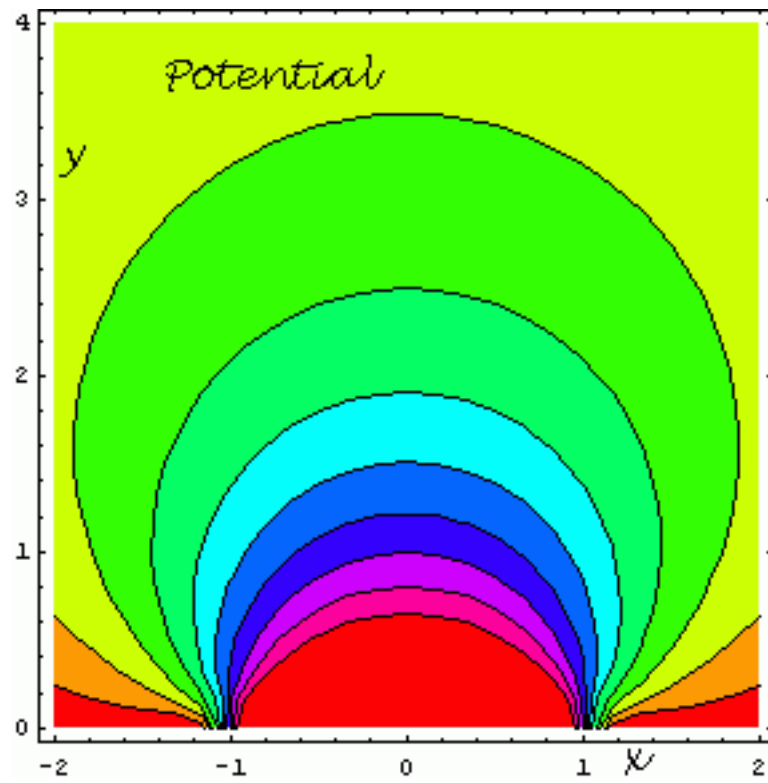
Jego rozwiązanie z zerową stałą separacji jest

$$V(u, v) = auv + bu + cv + d. \quad (4)$$

Z warunków brzegowych:  $V = 0$  dla  $x < -1$  i  $x > 1$  oraz  $V = V_0$  dla  $x \in (-1, 1)$  dostaniemy  $a = c = d = 0$ ,  $b = V_0/\pi$ . Otrzymane rozwiązanie we współrzędnych  $[x, y]$  przedstawiają rysunki.

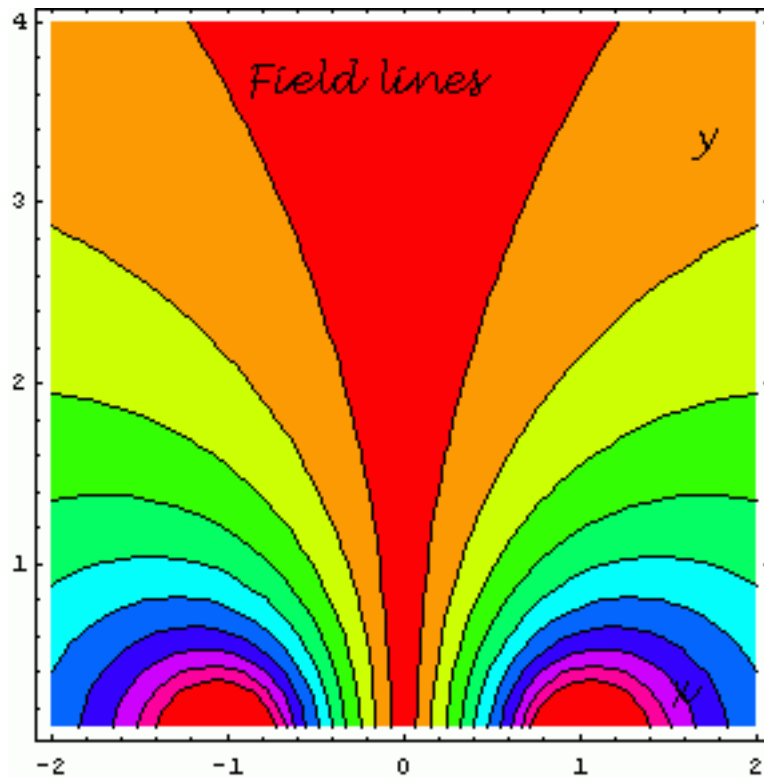


Pole wstęgi z zadanym potencjałem



Linie ekwipotencjalne wstęgi ...

Linie sił pola  $v \sim const$  przedstawia następny rysunek.



Linie sił pola elektrycznego wstęgi ...

Związek pomiędzy współrzędnymi kartezjańskimi i bipolarnymi można odwrócić. Dostaniemy

$$u = -2\Im \operatorname{ArcCoth}(x + iy), \quad (5)$$

$$v = 2\Re \operatorname{ArcCoth}(x + iy). \quad (6)$$