

*Odolanów, 4 VII 2006*

# **Nadciekłość w układach ultrazimnych atomów**

*T. Domański*

*Instytut Fizyki UMCS*

<http://kft.umcs.lublin.pl/doman/lectures>

*Plan wykładu:*

*Plan wykładu:*



## **Kondensacja Bosego-Einsteina**

*Plan wykładu:*

★ **Kondensacja Bosego-Einsteina**

★ **Nadciekły  $^4\text{He}$**

*Plan wykładu:*

- ★ **Kondensacja Bosego-Einsteina**
- ★ **Nadciekły  $^4\text{He}$**
- ★ **Inne przykłady kondensatów BE**

*Plan wykładu:*

★ **Kondensacja Bosego-Einsteina**

★ **Nadciekły  $^4\text{He}$**

★ **Inne przykłady kondensatów BE**

★ **Nowa era - I etap**

*Plan wykładu:*

★ **Kondensacja Bosego-Einsteina**

★ **Nadciekły  $^4\text{He}$**

★ **Inne przykłady kondensatów BE**

★ **Nowa era - I etap**

★ **Nowa era - II etap**

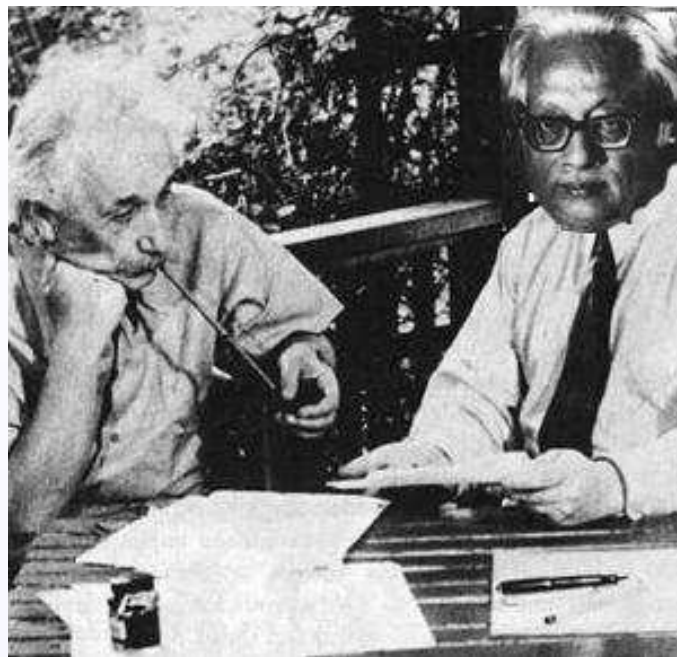
*Plan wykładu:*

- ★ **Kondensacja Bosego-Einsteina**
- ★ **Nadciekły  $^4\text{He}$**
- ★ **Inne przykłady kondensatów BE**
- ★ **Nowa era - I etap**
- ★ **Nowa era - II etap**
- ★ **Perspektywa badań i zastosowań**



**Część 1:**

# Kondensacja Bosego-Einsteina



**Kondensacja Bosego-Einsteina (BEC) jak również nadciekłość są to zjawiska kwantowe, które mogą realizować się poniżej odpowiednio niskiej temperatury w gazach, cieczech, ciałach stałych a nawet w jądrach atomowych i gwiazdach neutronowych.**

## Ilustracja:

Typowo 1 cm<sup>3</sup> gazu zawiera około 10<sup>22</sup> molekuł .

## Ilustracja:

Typowo  $1 \text{ cm}^3$  gazu zawiera około  $10^{22}$  molekuł .

Cząstki te są w ruchu, np. w temperaturze pokojowej średnia wartość prędkości wynosi około  $500 \text{ m/s}$ .

## Ilustracja:

Typowo  $1 \text{ cm}^3$  gazu zawiera około  $10^{22}$  molekuł .

Cząstki te są w ruchu, np. w temperaturze pokojowej średnia wartość prędkości wynosi około  $500 \text{ m/s}$ .

W ciągu sekundy jedna cząstka zderza się miliardy razy.

## Ilustracja:

Typowo  $1 \text{ cm}^3$  gazu zawiera około  $10^{22}$  molekuł .

Cząstki te są w ruchu, np. w temperaturze pokojowej średnia wartość prędkości wynosi około 500 m/s.

W ciągu sekundy jedna cząstka zderza się miliardy razy.

W rezultacie obserwujemy takie zjawiska fizyczne, jak:  
*ciśnienie, dźwięk* itp.

## Ilustracja:

Typowo  $1 \text{ cm}^3$  gazu zawiera około  $10^{22}$  molekuł .

Cząstki te są w ruchu, np. w temperaturze pokojowej średnia wartość prędkości wynosi około 500 m/s.

W ciągu sekundy jedna cząstka zderza się miliardy razy.

W rezultacie obserwujemy takie zjawiska fizyczne, jak:  
*ciśnienie, dźwięk* itp.

Układ tak dużej ilości cząstek możemy opisać w sposób statystyczny (z dokładnością do fluktuacji, rzędu  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ ).

## Ilustracja:

Typowo  $1 \text{ cm}^3$  gazu zawiera około  $10^{22}$  molekuł .

Cząstki te są w ruchu, np. w temperaturze pokojowej średnia wartość prędkości wynosi około 500 m/s.

W ciągu sekundy jedna cząstka zderza się miliardy razy.

W rezultacie obserwujemy takie zjawiska fizyczne, jak: *ciśnienie, dźwięk* itp.

Układ tak dużej ilości cząstek możemy opisać w sposób statystyczny (z dokładnością do fluktuacji, rzędu  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ ).

Przy dostatecznie niskiej temperaturze może zdarzyć się, że olbrzymia ilość cząstek ( $\sim 10^{23}$ ) znajdzie się w identycznym stanie kwantowym o najniższej energii.



## Ilustracja:

Typowo  $1 \text{ cm}^3$  gazu zawiera około  $10^{22}$  molekuł .

Cząstki te są w ruchu, np. w temperaturze pokojowej średnia wartość prędkości wynosi około 500 m/s.

W ciągu sekundy jedna cząstka zderza się miliardy razy.

W rezultacie obserwujemy takie zjawiska fizyczne, jak: *ciśnienie, dźwięk* itp.

Układ tak dużej ilości cząstek możemy opisać w sposób statystyczny (z dokładnością do fluktuacji, rzędu  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ ).

Przy dostatecznie niskiej temperaturze może zdarzyć się, że olbrzymia ilość cząstek ( $\sim 10^{23}$ ) znajdzie się w identycznym stanie kwantowym o najniższej energii.

Zjawisko to nazywa się *kondensacją Bosego-Einsteina*.

## Podójście pótklasyczne

W 1924 r. książkę Louis Victor de Broglie zaproponował ,  
że czątki materialne można traktować jako fale.

Według jego hipotezy

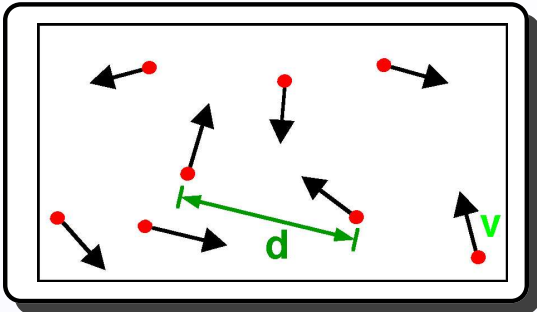
$$m v = \frac{h}{\lambda},$$

zatem dla czątek swobodnych

$$\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{m T}}.$$

*Kilka lat później Davisson & Germer doświadczalnie potwierdzili  
słuszność tej hipotezy, za co przyznano Nagrodę Nobla.*

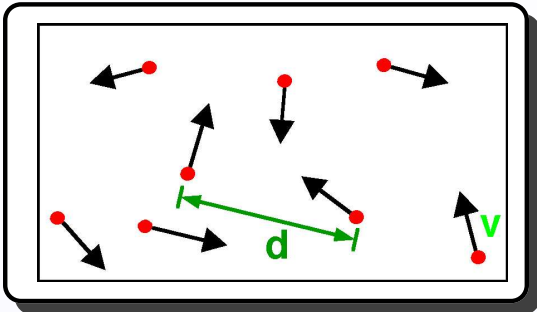
## Schemat poglądowy



Wysoka temperatura

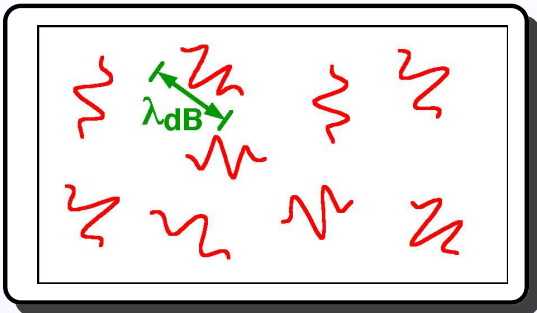
*cząsteczki są jak kule bilardowe*

## Schemat pogładowy



Wysoka temperatura

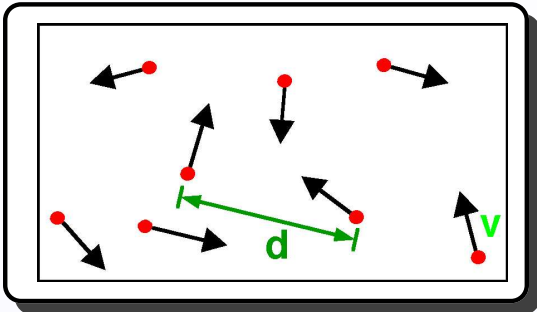
*cząsteczki są jak kule bilardowe*



Niska temperatura

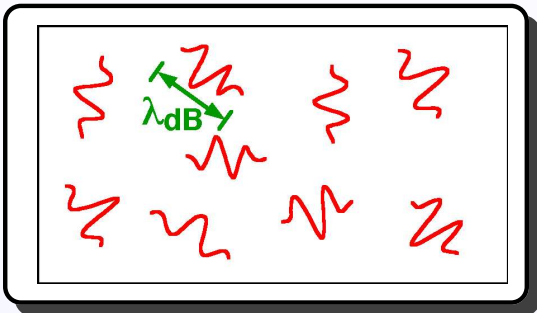
*wzrasta rozmiar długości falowej*

## Schemat poglądowy



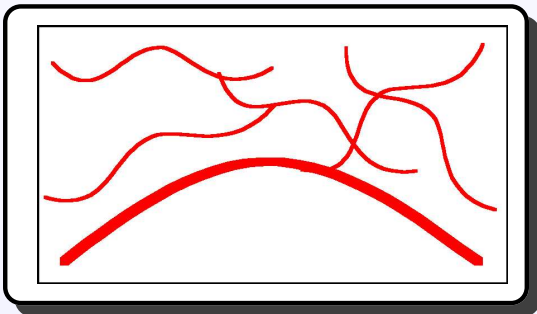
Wysoka temperatura

*cząsteczki są jak kule bilardowe*



Niska temperatura

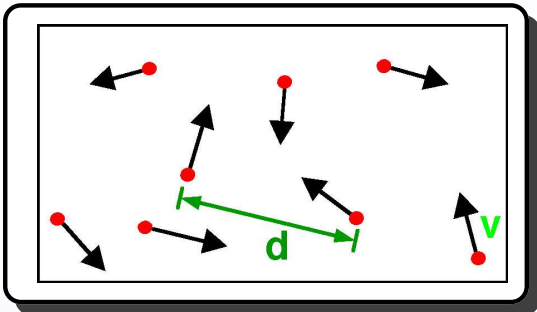
*wzrasta rozmiar długości falowej*



Temperatura krytyczna

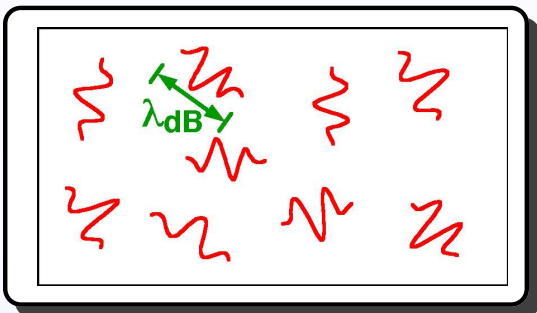
*fale de Broglie'a przekrywają się*

## Schemat poglądowy



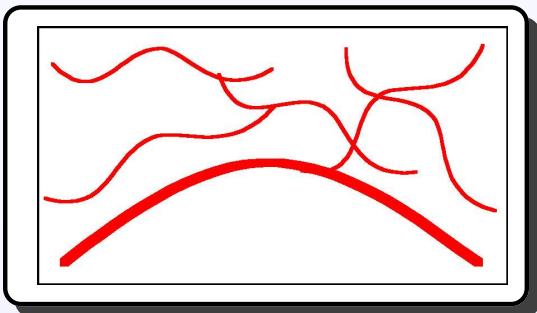
Wysoka temperatura

*cząsteczki są jak kule bilardowe*



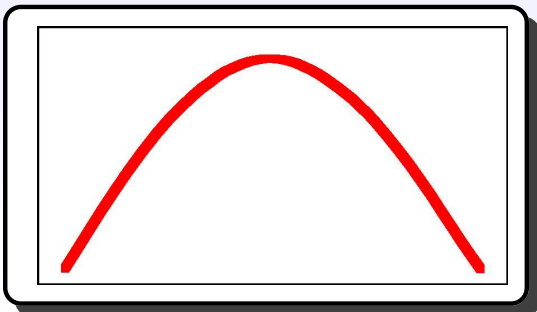
Niska temperatura

*wzrasta rozmiar długości falowej*



Temperatura krytyczna

*fale de Broglie'a przekrywają się*



Zerowa temperatura

*makroskopowa funkcja falowa*

## Podejście mechaniki kwantowej

Dozwolone są tylko takie poziomy energetyczne  $E_\lambda$ , które spełniają równanie Schrödingera

$$\hat{H} \Psi_\lambda(\mathbf{r}) = E_\lambda \psi_\lambda(\mathbf{r}).$$

Prawdopodobieństwo obsadzenia poszczególnych stanów zależy od rodzaju symetryczności funkcji falowej

$$\mathcal{P}_{ij} \Psi_\lambda(\dots, r_i, \dots, r_j, \dots) = \pm \Psi_\lambda(\dots, r_j, \dots, r_i, \dots)$$

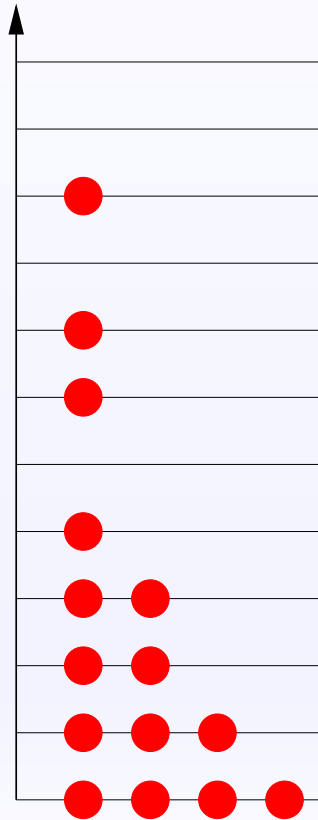
# Statystyki kwantowe

BOZONY

$$\mathcal{P}_{ij}|\Psi\rangle = +|\Psi\rangle$$

spin **całkowity**

rozkład Bosego–Einsteina

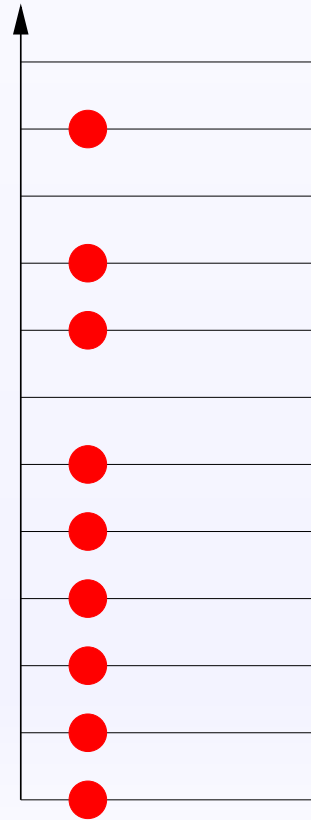


FERMIONY

$$\mathcal{P}_{ij}|\Psi\rangle = -|\Psi\rangle$$

spin **połówkowy**

rozkład Fermiego–Diraca





## Przypadek bozonów swobodnych

- ★ Rozważmy gaz nieoddziałujących bozonów, którego dopuszczalne poziomy energetyczne wynoszą

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m},$$

gdzie  $k = 2\pi/\lambda$ .

## Przypadek bozonów swobodnych

- ★ Rozważmy gaz nieoddziałujących bozonów, którego dopuszczalne poziomy energetyczne wynoszą

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m},$$

gdzie  $k = 2\pi/\lambda$ .

- ★ Poszczególne poziomy energetyczne są zajmowane przez następującą ilość cząstek

$$n_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu}{k_B T}\right) - 1}.$$

## Przypadek bozonów swobodnych

- ★ Rozważmy gaz nieoddziałujących bozonów, którego dopuszczalne poziomy energetyczne wynoszą

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m},$$

gdzie  $k = 2\pi/\lambda$ .

- ★ Poszczególne poziomy energetyczne są zajmowane przez następującą ilość cząstek

$$n_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu}{k_B T}\right) - 1}.$$

$k_B$  oznacza stałą Boltzmann, zaś potencjał chemiczny  $\mu$  wyznaczamy w oparciu o znajomość całkowitej liczby cząstek

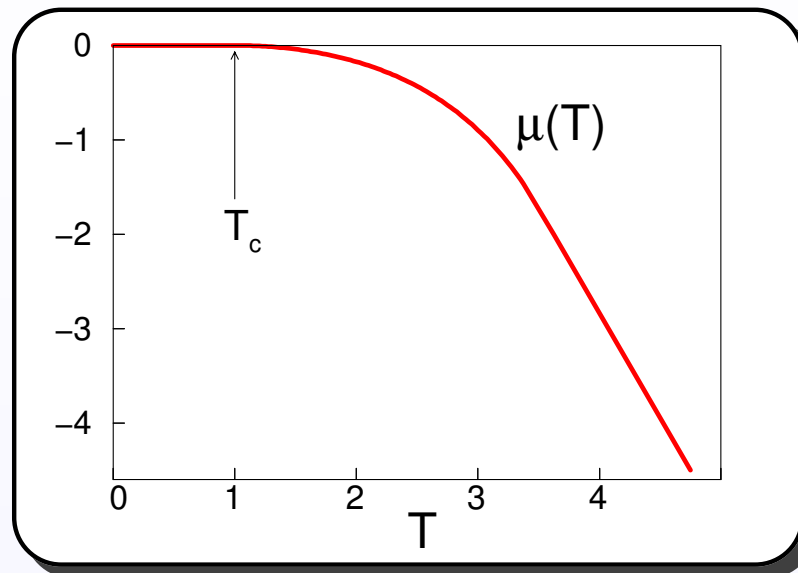
$$N = \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}}.$$

## Kondensacja BE

Temperaturowa zależność  
potencjału chemicznego.

Dla przypadku  $\text{dim}=3$

$$T_c = \frac{3,31 \hbar^2}{m k_B} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}$$

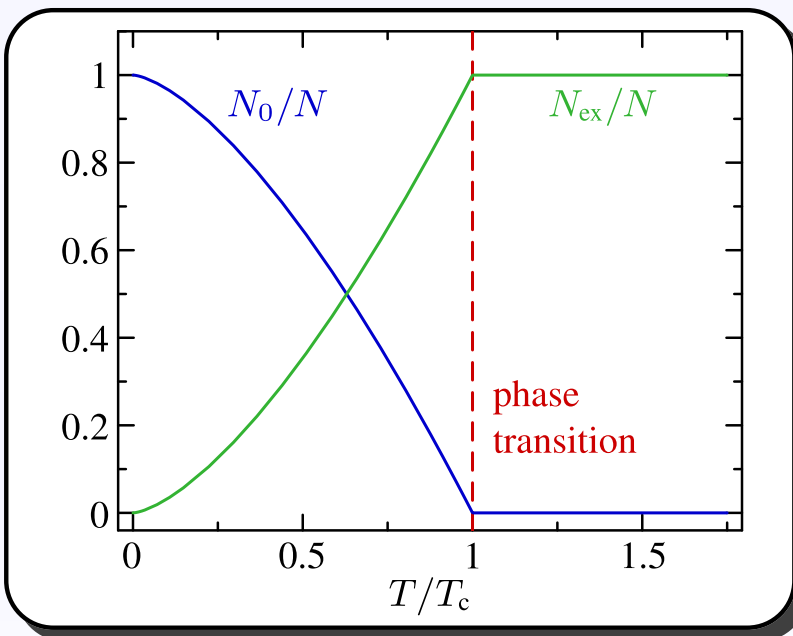
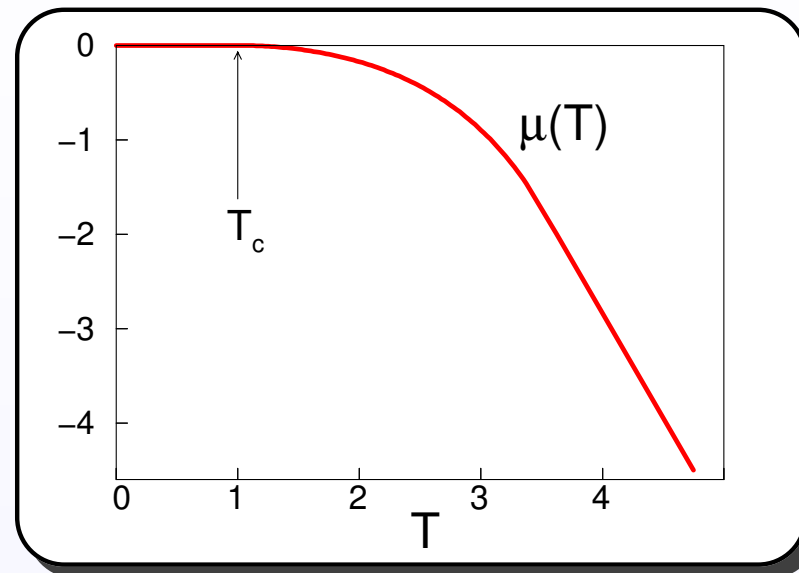


# Kondensacja BE

Temperaturowa zależność potencjału chemicznego.

Dla przypadku dim=3

$$T_c = \frac{3,31 \hbar^2}{m k_B} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}$$



Względna liczba skondensowanych bozonów wynosi:

$$\frac{N_0}{N} = \begin{cases} 0 & T \geq T_c \\ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^{3/2} & T < T_c \end{cases}$$

## Właściwości kondensatu BE

Poniżej temperatury krytycznej:

- ⇒ **Olbrzymia ilość cząstek zajmuje identyczny stan kwantowy.**
- Układ zachowuje się tak, jak gigantyczny superatom złożony z  $10^{23}$  składników.

## Właściwości kondensatu BE

Poniżej temperatury krytycznej:

- Olbrzymia ilość cząstek zajmuje identyczny stan kwantowy.

⇒ **Układ zachowuje się tak, jak gigantyczny superatom złożony z  $10^{23}$  składników.**

## Oдноśniki historyczne

W oparciu o argumenty statystyczne Satyendranth Bose odtworzył wzór Plancka opisujący rozkład energii promieniowania gazu fotonowego.

*S. Bose, Z. Phys. 26, 178 (1924).*



## Odnosiniki historyczne

W oparciu o argumenty statystyczne Satyendranth Bose odtworzył wzór Plancka opisujący rozkład energii promieniowania gazu fotonowego.

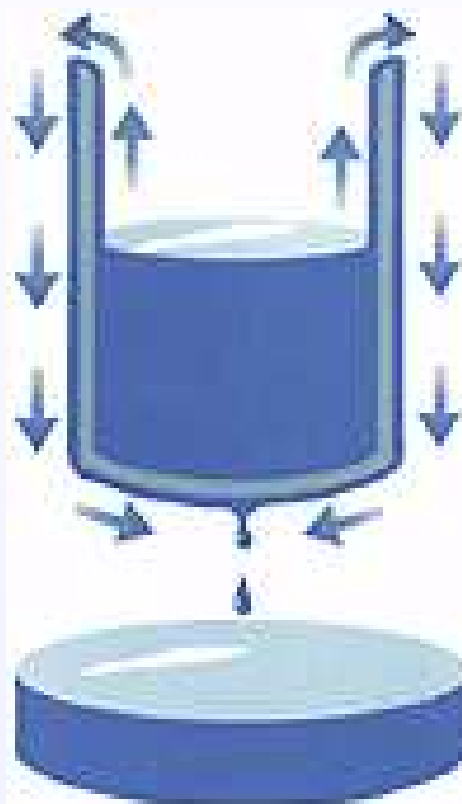
*S. Bose, Z. Phys. 26, 178 (1924).*

Albert Einstein uogólnił koncepcję Bosego na przypadek nieoddziałujących atomów. Do przewidzianego zjawiska kondensacji nie przykładał jednak większego znaczenia.

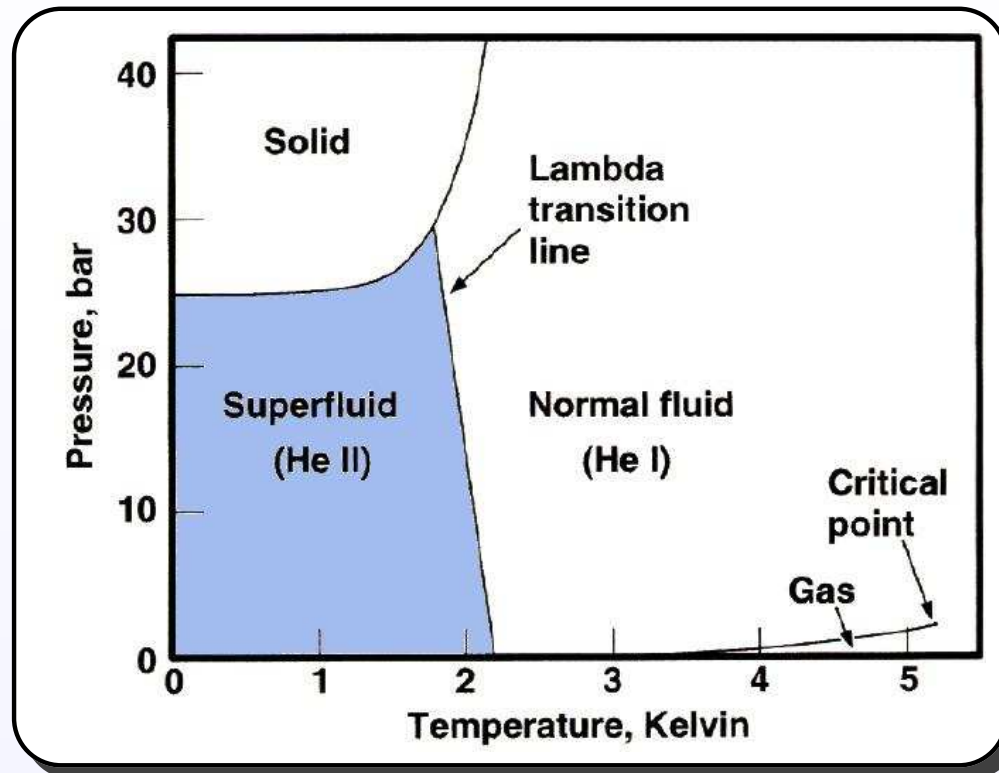
*A. Einstein, Sitzungsber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss. 261 (1924).*

## Część 2:

### Nadciekły ${}^4\text{He}$



## Nadciekły $^4\text{He}$

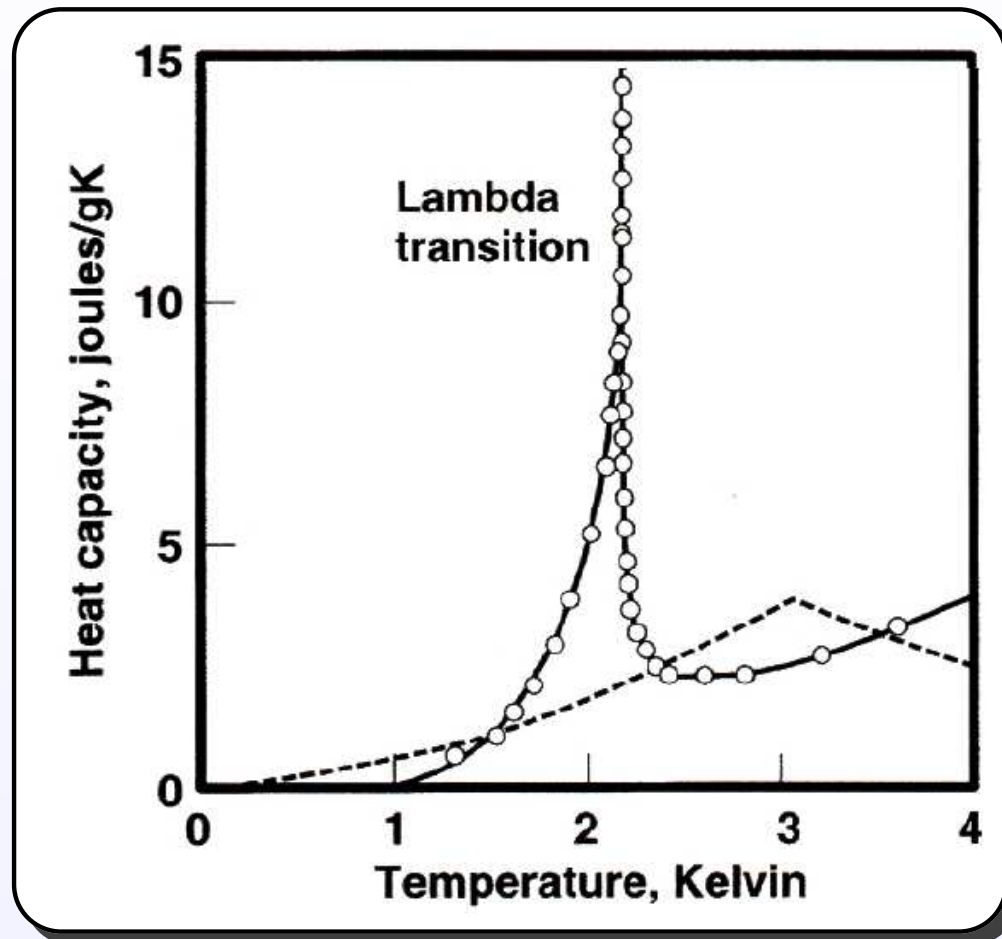


Pierwszym odkrytym przykładem kondensatu BE był nadciekły  $^4\text{He}$ .

*P. Kapica, Nature* **141**, 74 (1938). — Nagroda Nobla, 1978 r.

*J.F. Allen and A.D. Misener, Nature* **141**, 75 (1938)

## Przejsie lambda



Nadciekłość pojawia się poniżej temperatury  $T_\lambda = 2,17K$ .

## Związek z kondensacją BE

Na prawdopodobny związek nadciekłości z kondensacją Bosego-Einsteina ( $T_{BEC} = 4K$ ) wskazali Fritz London i niezależnie Laszlo Tisza.

*F. London, Nature 141, 643 (1938).*

*L. Tisza, Nature 141, 913 (1938).*

## Związek z kondensacją BE

Na prawdopodobny związek nadciekłości z kondensacją Bosego-Einsteina ( $T_{BEC} = 4K$ ) wskazali Fritz London i niezależnie Laszlo Tisza.

*F. London, Nature 141, 643 (1938).*

*L. Tisza, Nature 141, 913 (1938).*

Pierwsze poważne prace teoretyczne potwierdzające taką hipotezę przedstawili Lew Landau oraz N. Bogoliubov

*L.D. Landau, J. Phys. USSR 5, 71 (1941).*

*N.N. Bogoliubov, J. Phys. USSR 11, 23 (1947).*

## Rola oddziaływań

Zasadniczą rolę dla powstania stanu nadciekłego odgrywają oddziaływania między atomami.

## Rola oddziaływań

Zasadniczą rolę dla powstania stanu nadciekłego odgrywają oddziaływania między atomami.

**Bez oddziaływań kondensat BE nie mógłby stać się fazą nadciekłą**



## Rola oddziaływań

Zasadniczą rolę dla powstania stanu nadciekłego odgrywają oddziaływania między atomami.

**Bez oddziaływań kondensat BE nie mógłby stać się fazą nadciekłą**

**Wpływ oddziaływań jest jednak dwojaki:**

- a) oddziaływania są odpowiedzialne za powstanie korelacji i porządku dalekozasięgowego**
- b) jednocześnie oddziaływania zmniejszają ilość cząstek w kondensacie (ang. *depletion*)**

## Rola oddziaływań

Zasadniczą rolę dla powstania stanu nadciekłego odgrywają oddziaływania między atomami.

**Bez oddziaływań kondensat BE nie mógłby stać się fazą nadciekłą**

**Wpływ oddziaływań jest jednak dwojaki:**

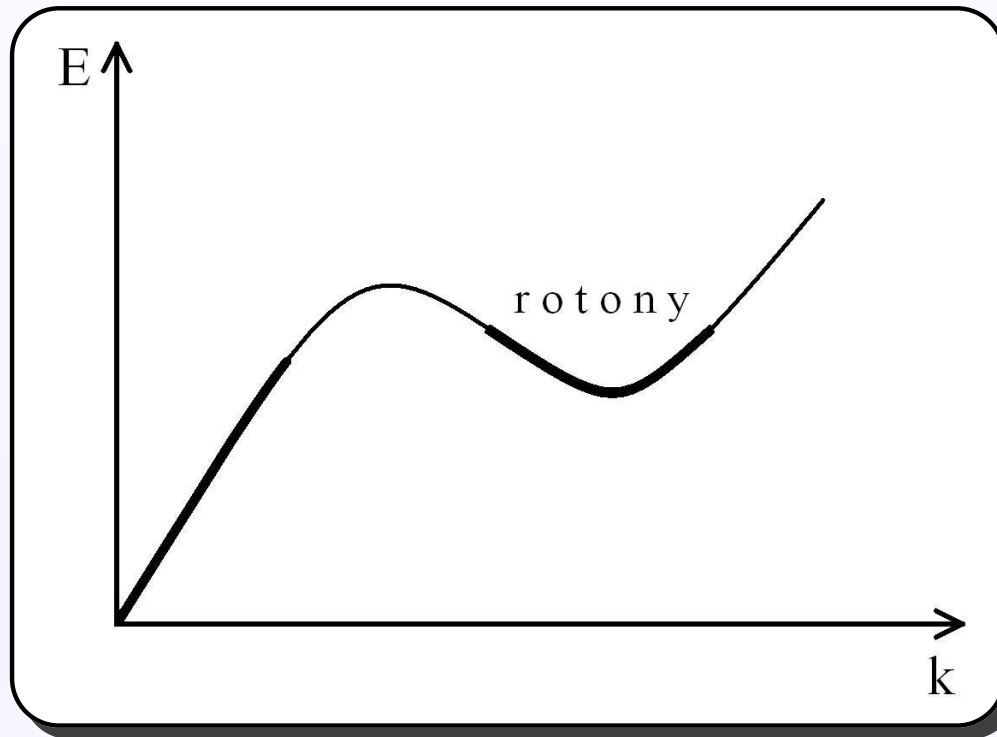
- a) oddziaływania są odpowiedzialne za powstanie korelacji i porządku dalekozasięgowego
- b) jednocześnie oddziaływania zmniejszają ilość cząstek w kondensacie (ang. *depletion*)

**W przypadku  ${}^4\text{He}$  oddziaływania są bardzo silne. W granicy  $T \rightarrow 0$  kondensacji ulega 9 % atomów !**

## Opis teoretyczny

Silne oddziaływania powodują, że tradycyjne metody rachunku zaburzeniowego (Bogoliubov, Popov, Bielaev, ...) nie mogą dać satysfakcjonujących wyników.

Dopiero w latach 80. dzięki symulacjom komputerowym jednoznacznie potwierdzono, że **stan nadciekły jest kondensatem BE oddziałujących cząstek.**



*Charakterystyczne widmo wzbudzeń typu fonon-maxon-roton.*

**Część 3:**

**Inne przykłady BEC**

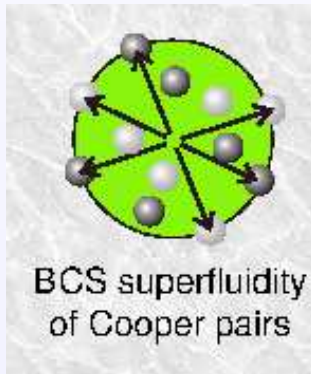
Kondensacja BE i nadciekłość realizują się również  
w sytuacjach fizycznych, takich jak:

Kondensacja BE i nadciekłość realizują się również w sytuacjach fizycznych, takich jak:

## 1. NADPRZEWODNIKI KLASYCZNE

Stan nadprzewodzący = kondensat BE par Coopera.

*Pary Coopera (czyli pary elektronów o przeciwnych pędach) tworzą się w pobliżu powierzchni Fermiego. Odpowiedzialne są za to oddziaływania z drganiami sieci krystalicznej.*

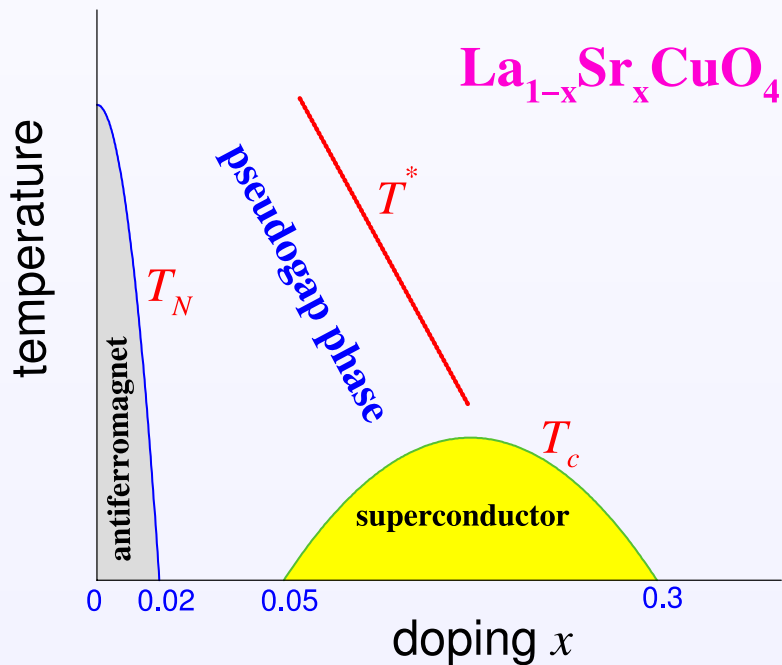


Poszczególne elektrony (fermiony) spełniają jednak regułę zakazu Pauliego.

Kondensacja BE i nadciekłość realizują się również w sytuacjach fizycznych, takich jak:

## 2. NADPRZEWODNIKI WYSOKOTEMPERATUROWE

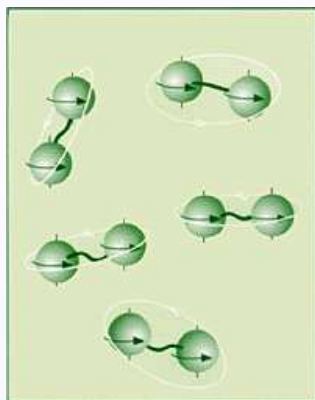
Stan nadprzewodzący = kondensat BE par lokalnych.



*Powstawanie par lokalnych i proces ich kondensacji mogą zachodzić w różnych temperaturach  $T^* \neq T_c$  (z powodu małej sztywności fazowej).*

Kondensacja BE i nadciekłość realizują się również w sytuacjach fizycznych, takich jak:

### 3. NADCIEKŁY $^3\text{He}$



$$T_c \sim 10^{-3} K$$

*Atomy izotopu  $^3\text{He}$  są fermionami, które w wyniku oddziaływań wiążą się w pary (bozony). Nadciekłość jest rezultatem kondensacji BE takich par.*

Dopuszczalne są różne symetrie funkcji falowej, co prowadzi do pojawienia się kilku faz nadciekłego  $^3\text{He}$ .



Kondensacja BE i nadciekłość realizują się również w sytuacjach fizycznych, takich jak:

#### 4. EKSCYTONY W PÓŁPRZEWODNIKACH

eksycyon = stan związany elektronu i dziury

Doniesienia o kondensacji BE ekscytonów pojawiły się w 1993 roku. Nadal jednak brak jest jednoznacznego dowodu potwierdzającego tego rodzaju obserwację.

Kondensacja BE i nadciekłość realizują się również w sytuacjach fizycznych, takich jak:

#### 4. EKSCYTONY W PÓŁPRZEWODNIKACH

ekscyton = stan związany elektronu i dziury

Doniesienia o kondensacji BE ekscytonów pojawiły się w 1993 roku. Nadal jednak brak jest jednoznacznego dowodu potwierdzającego tego rodzaju obserwację.

#### 5. GWIAZDY NEUTRONOWE

Nadciekłość plazmy gluonowo-kwarkowej jest już powszechnie uznanym faktem doświadczalnym.

Kondensacja BE i nadciekłość realizują się również w sytuacjach fizycznych, takich jak:

#### 4. EKSCYTONY W PÓŁPRZEWODNIKACH

ekscyton = stan związany elektronu i dziury

Doniesienia o kondensacji BE ekscytonów pojawiły się w 1993 roku. Nadal jednak brak jest jednoznacznego dowodu potwierdzającego tego rodzaju obserwację.

#### 5. GWIAZDY NEUTRONOWE

Nadciekłość plazmy gluonowo-kwarkowej jest już powszechnie uznanym faktem doświadczalnym.

#### 6. JĄDRA ATOMOWE

Oddziaływania typu *pairing* prowadzą do kondensacji BE pewnej ilości nukleonów, których energie są bliskie energii Fermiego.

Kondensacja BE i nadciekłość realizują się również w sytuacjach fizycznych, takich jak:

#### 4. EKSCYTONY W PÓŁPRZEWODNIKACH

ekscyton = stan związany elektronu i dziury

Doniesienia o kondensacji BE ekscytonów pojawiły się w 1993 roku. Nadal jednak brak jest jednoznacznego dowodu potwierdzającego tego rodzaju obserwację.

#### 5. GWIAZDY NEUTRONOWE

Nadciekłość plazmy gluonowo-kwarkowej jest już powszechnie uznanym faktem doświadczalnym.

#### 6. JĄDRA ATOMOWE

Oddziaływania typu *pairing* prowadzą do kondensacji BE pewnej ilości nukleonów, których energie są bliskie energii Fermiego.

#### 7. PRZYPADEK Z ŻYCIA CODZIENNEGO

...

PHYSICAL REVIEW E **66**, 036118 (2002)

## **Macroscopic car condensation in a parking garage**

Meesoon Ha and Marcel den Nijs

*Department of Physics, University of Washington, Seattle, Washington 98195*

(Received 22 May 2002; published 19 September 2002)

An asymmetric exclusion process type process, where cars move forward along a closed road that starts and terminates at a parking garage, displays dynamic phase transitions into two types of condensate phases where the garage becomes macroscopically occupied. The total car density  $\rho_o$  and the exit probability  $\alpha$  from the garage are the two control parameters. At the transition, the number of parked cars  $N_p$  diverges in both cases, with the length of the road  $N_s$ , as  $N_p \sim N_s^{y_p}$  with  $y_p = 1/2$ . Towards the transition, the number of parked cars vanishes as  $N_p \sim \epsilon^\beta$  with  $\beta = 1$ ,  $\epsilon = |\alpha - \alpha^*|$  or  $\epsilon = |\rho_o^* - \rho_o|$  being the distance from the transition. The transition into the normal phase represents also the onset of transmission of information through the garage. This gives rise to unusual parked car autocorrelations and car density profiles near the garage, which depend strongly on the group velocity of the fluctuations along the road.

DOI: 10.1103/PhysRevE.66.036118

PACS number(s): 64.60.Cn, 05.70.Ln, 05.40.-a, 02.50.Ga

**Część 4:**

**Nowa era - I etap**

# Ultradźwiękowe atomy

*W ostatnich kilkunastu latach wytworzono laboratoryjnie kondensaty BE wykorzystując spułapkowane atomy po ich ochłodzeniu do ultraniskich temperatur, rzędu nK.*

## Ogólny schemat:

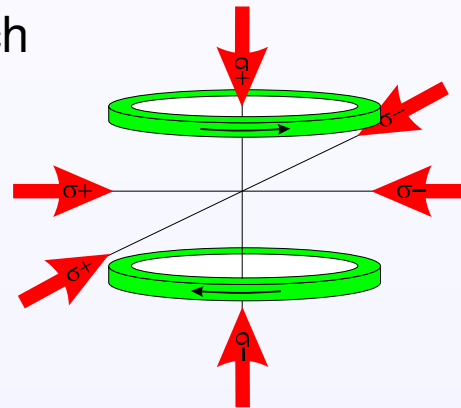
- wychwyt  $N \simeq 10^{10}$  atomów z gazu o temp. pokojowej,
- przeniesienie atomów do pułapki magnetoptycznej,
- chłodzenie metodą dopplerowską ( $N \simeq 10^9$ ,  $T \simeq 100 \mu\text{K}$ ),
- zamiana pułapki na magnetyczną,
- dalsze chłodzenie przez parowanie ( $N \simeq 10^7$ ,  $T \simeq 100 \text{nK}$ ).

# Schemat procesu chłodzenia

## 1) Pułapka *magnetoptyczna*

Za pomocą promieni laserowych atomy są ochładzane metodą dopplerowskiego spowalniania.

Dolna granica uzyskiwanych taką metodą temperatur wynosi  $\simeq 100 \mu\text{K}$ .





# Schemat procesu chłodzenia

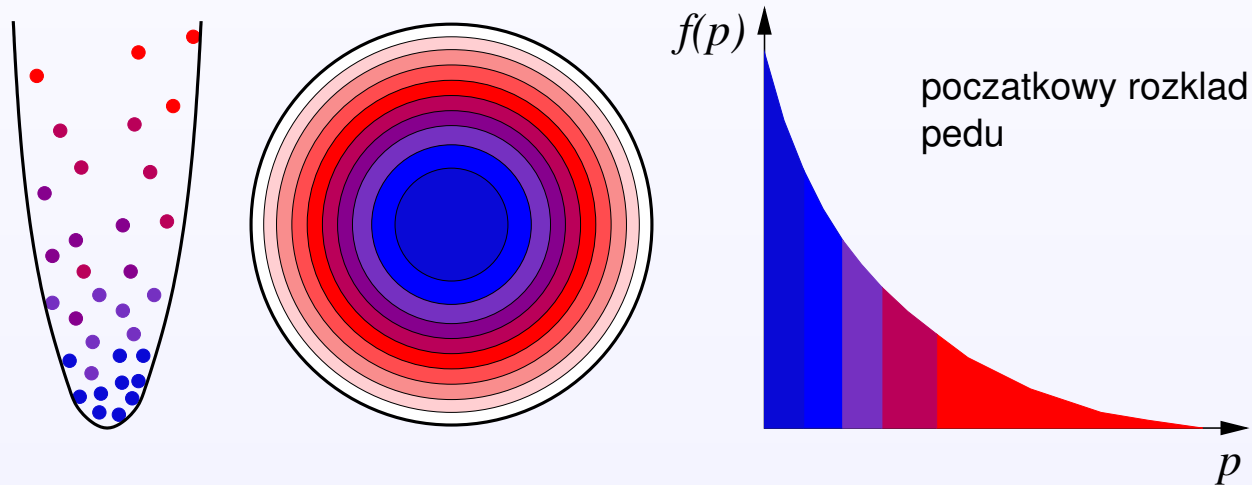
## 2) Pułapka *magnetyczna*

Dalsze chłodzenie odbywa się poprzez odparowanie atomów o dużej energii (ang. *evaporative cooling*.)

# Schemat procesu chłodzenia

## 2) Pułapka *magnetyczna*

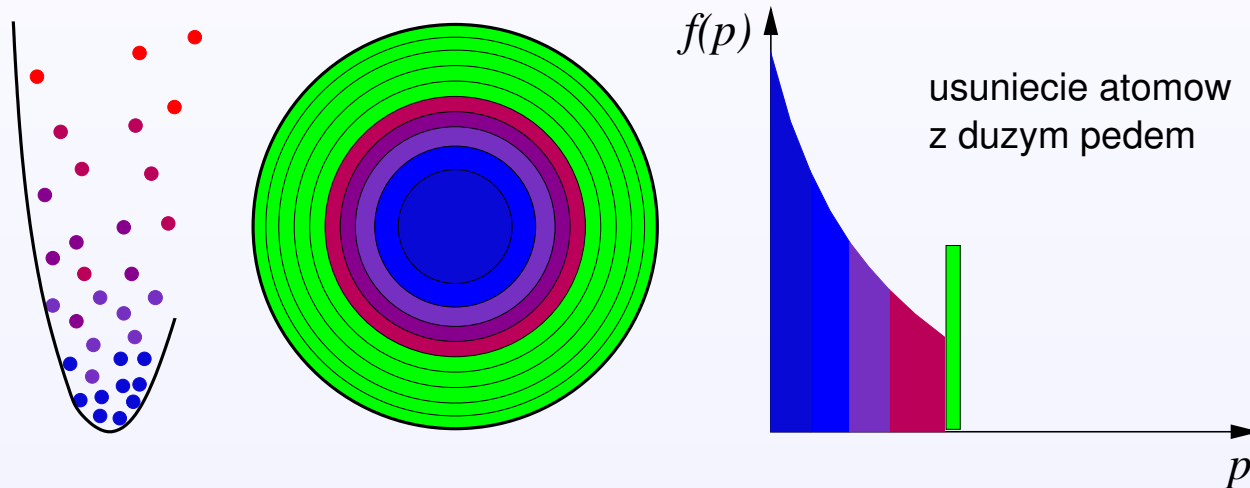
Dalsze chłodzenie odbywa się poprzez odparowanie atomów o dużej energii (ang. *evaporative cooling*.)



# Schemat procesu chłodzenia

## 2) Pułapka *magnetyczna*

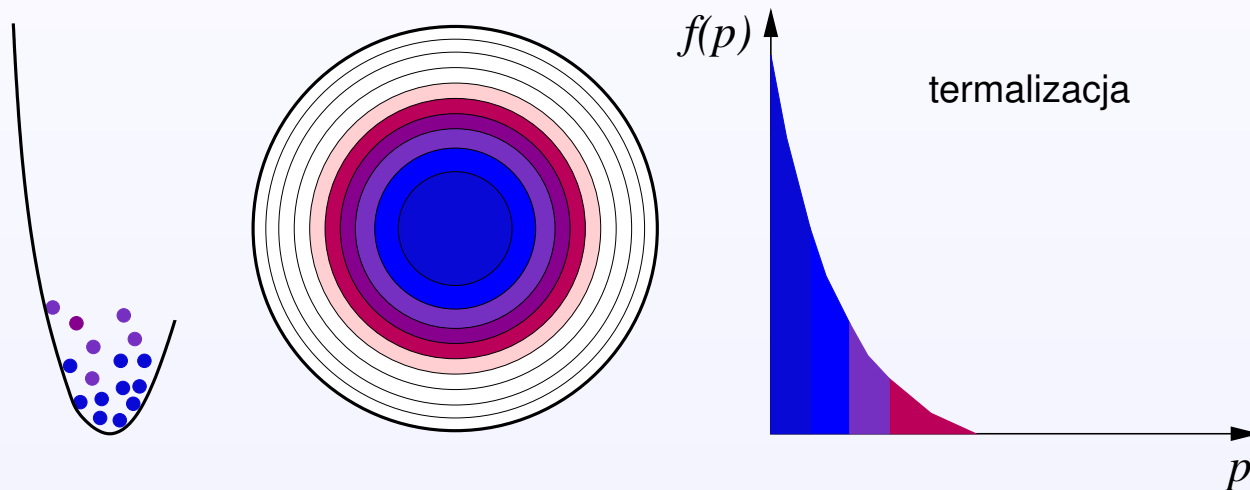
Dalsze chłodzenie odbywa się poprzez odparowanie atomów o dużej energii (ang. *evaporative cooling*.)



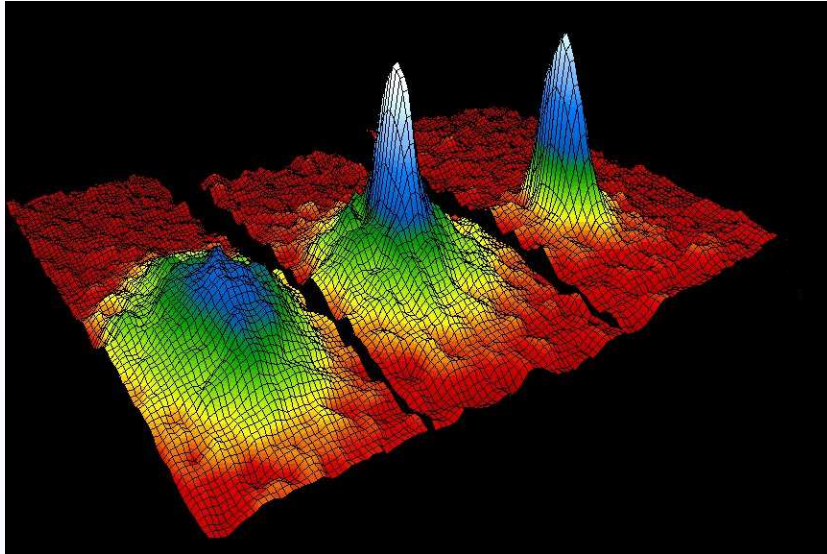
# Schemat procesu chłodzenia

## 2) Pułapka *magnetyczna*

Dalsze chłodzenie odbywa się poprzez odparowanie atomów o dużej energii (ang. *evaporative cooling*.)



# Kondensacja atomów typu bozonowego



$^{87}\text{Rb}$

JILA, 1995 r.

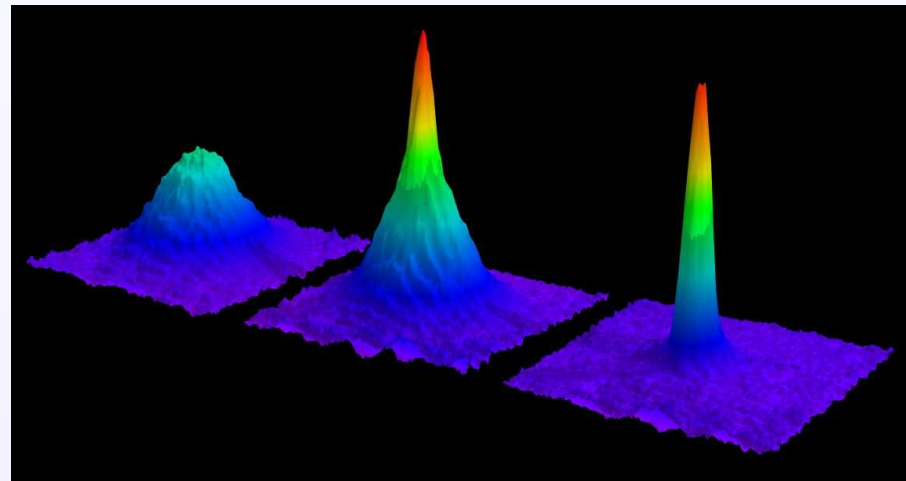
(E. Cornell i wsp.)

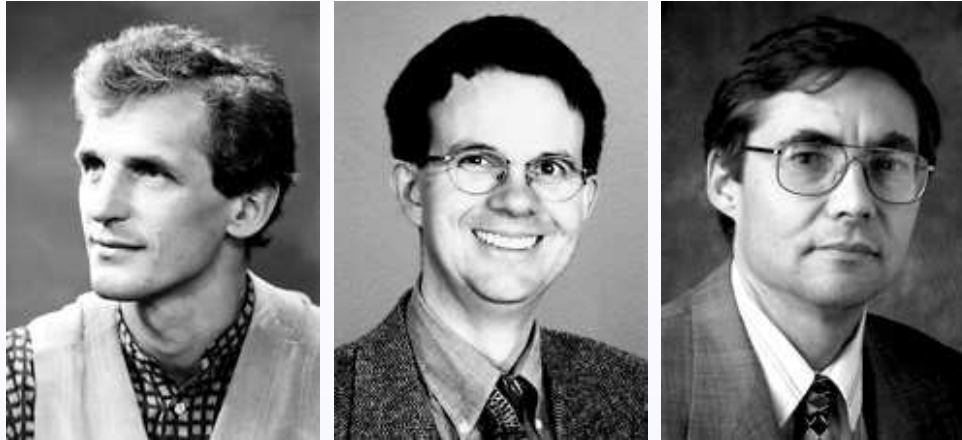
$^{23}\text{Na}$

MIT, 1995 r.

(W. Ketterle

i wsp.)





**Wolfgang Ketterle, Eric Cornell, Carl E. Wieman**

Nagroda Nobla, 2001 r.

## Chronologia odkryć

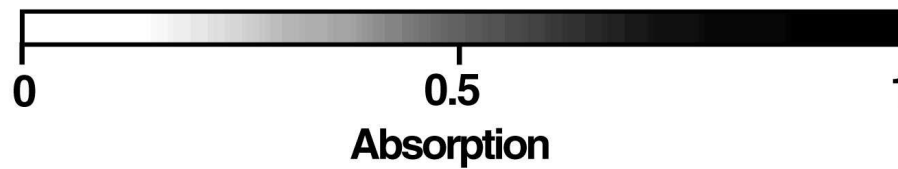
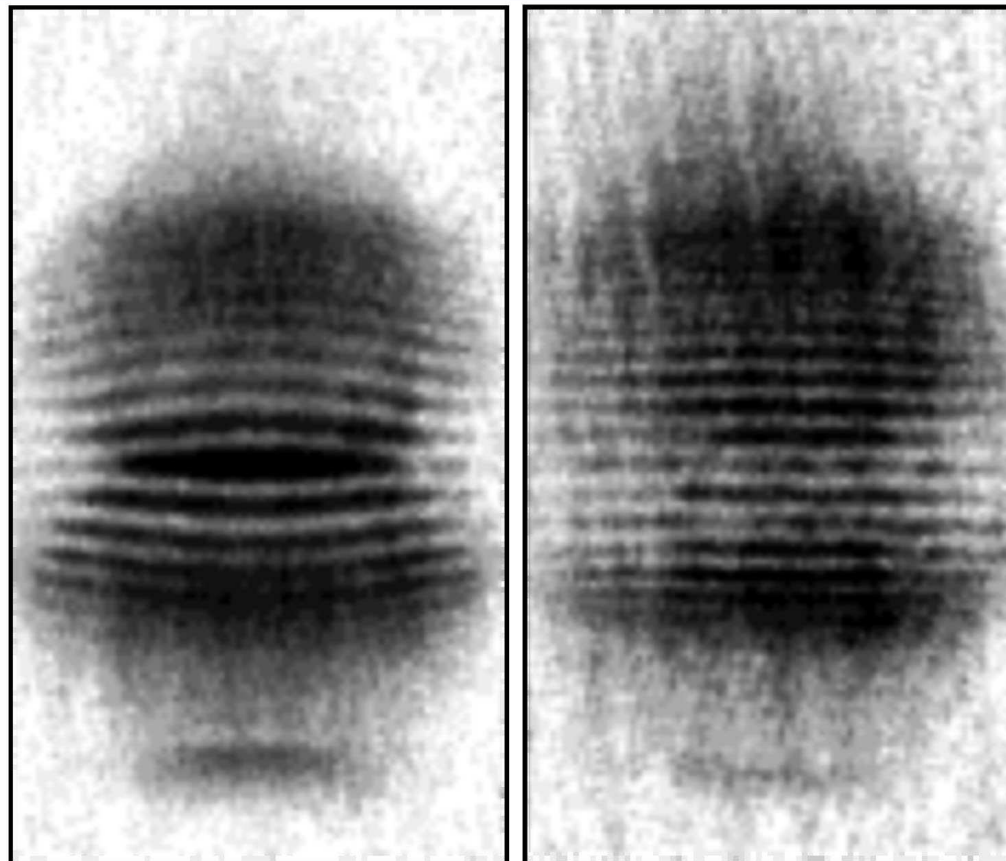
Laboratoryjne wytworzenie kondensatów BE ultrazimnych, spułapkowanych atomów:

$^{87}\text{Rb}$	czerwiec 1995	E. Cornell <i>i wsp.</i> (JILA)
$^7\text{Li}$	lipiec 1995	R. Hulet <i>i wsp.</i> (Uniw. Rice'a)
$^{23}\text{Na}$	wrzesień 1995	W. Ketterle <i>i wsp.</i> (MIT)
$^1\text{H}$	czerwiec 1998	D. Kleppner <i>i wsp.</i> (MIT)

Obecnie uzyskano już także wiele nowych kondensatów.

Przypuszcza się, że każdy rodzaj atomu (typu bozonowego) będzie możliwy do skondensowania !

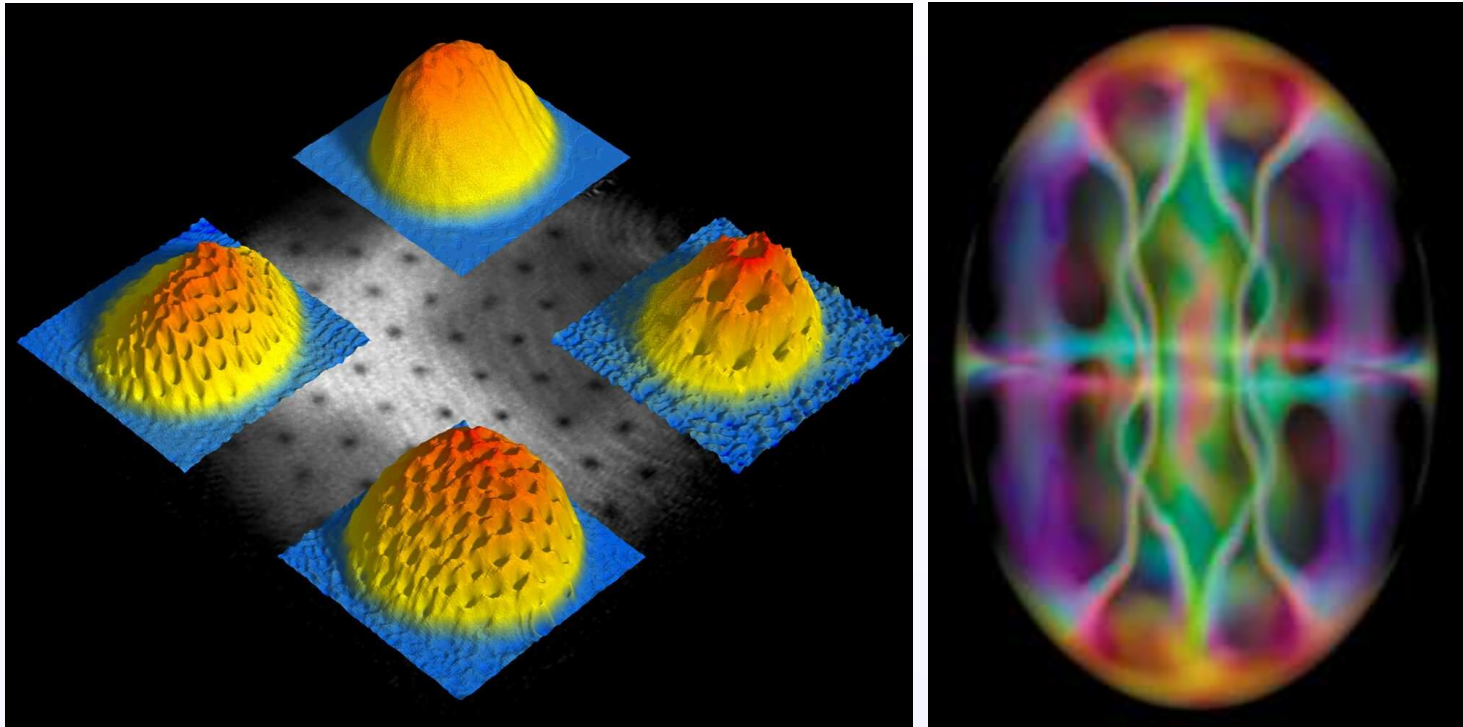
# Interferencja kondensatów



*Obraz interferencyjny fal materii !*



# Wiry w kondensatach atomowych



*Wiry wnikają w postaci kwantów i tworzą sieć Abrikosowa.*

Rozmiary takich wirów są 5000 razy większe niż w nadciekłym helu. Precyzyjnie można więc badać profil i rozkład przestrzenny wirów.