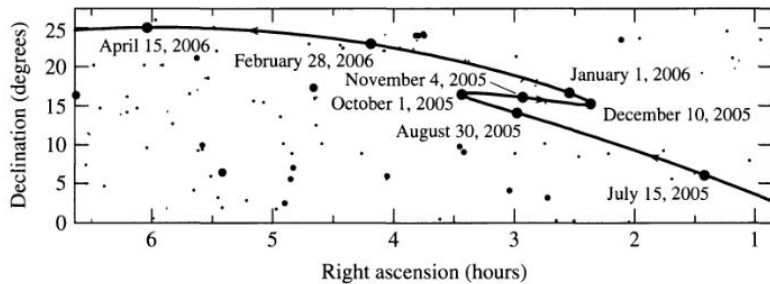


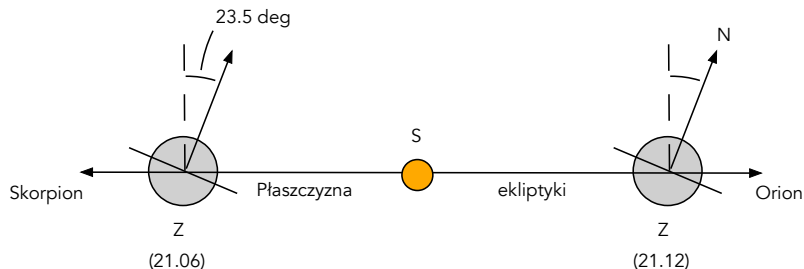
RUCH PROSTY I WSTECZNY PLANET

ab

6 kwietnia 2019

- Współrzędne równikowe
- Współrzędne ekliptyczne
- Związki
- Ruch prosty i wsteczny planet

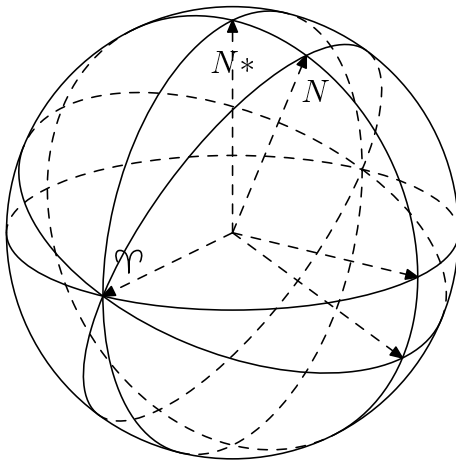




Rys. Ziemia, płaszczyzna równika, płaszczyzna ekliptyki.

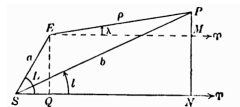
Oznaczenia:

- rektascensja,
deklinacja: (α, β)
- długość i szerokość
ekliptyczna: (λ, δ)



Oznaczenia:

- Υ – punkt Barana
- L – elongacja Ziemi
- l – elongacja planety
- λ – elongacja planety w układzie geocentrycznym



$$\rho \sin \lambda = b \sin l - a \sin L \quad (1)$$

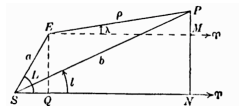
$$\rho \cos \lambda = b \cos l - a \cos L \quad (2)$$

ρ, λ, l, L – zależne od czasu t .

Różniczkujemy.

$$\rho \cos \lambda \dot{\lambda} + \sin \lambda \dot{\rho} = b \cos l \dot{l} - a \cos L \dot{L} \quad (3)$$

$$\rho \sin \lambda \dot{\lambda} - \cos \lambda \dot{\rho} = b \sin l \dot{l} - a \sin L \dot{L} \quad (4)$$



Mnożąc (3) przez $\rho \cos \lambda$, a (4) przez $\rho \sin \lambda$ i dodając, otrzymamy

$$\rho^2 \dot{\lambda} = b\rho \cos(l - \lambda) - a\rho \cos(L - \lambda) \dot{L} \quad (5)$$

Z równań (1) i (2)

$$\rho \cos(l - L) = b - a \cos(L - l) \quad (6)$$

$$\rho \cos(L - \lambda) = b \cos(L - l) - a \quad (7)$$

Wstawiając (6) i (7) do (5) otrzymamy:

$$\rho^2 \dot{\lambda} = [b^2 - ab \cos(L - l)]\dot{l} + [a^2 - ab \cos(L - l)]\dot{L}. \quad (8)$$

Dla orbit kołowych (założenie), $dl/dt = n$ – ruch średni związany z b :

$$n^2 b^2 = G(M + m)$$

Pomijając m ($M \gg m$) mamy

$$n = \dot{l} = \mu^{1/2} b^{-3/2} \quad (9)$$

gdzie $\mu = G \cdot M$. Podobnie

$$\dot{L} = \mu^{1/2} a^{-3/2} . \quad (10)$$

Po wstawieniu do (8) otrzymamy:

$$\rho^2 \frac{d\lambda}{dt} = \mu^{1/2} [(b^{1/2} + a^{1/2}) - (ab^{-1/2} + ba^{-1/2})] \cos(L - l) . \quad (11)$$

Z trójkąta PES na rys.

$$\rho^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(L - l) \quad (12)$$

czyli $d\lambda/dt$ można wyznaczyć tylko znając L i l . Ostatnie równanie zapiszemy w postaci:

$$\rho^2 \frac{d\lambda}{dt} = \mu^{1/2} (ab^{-1/2} + ba^{-1/2}) \left[\frac{(b^{1/2} + a^{1/2}) a^{1/2} b^{1/2}}{b^{3/2} + a^{3/2}} - \cos(L - l) \right] . \quad (13)$$

Ponieważ $(b^{1/2} + a^{1/2})a^{1/2}b^{1/2} < (b^{3/2} + a^{3/2})$ jeśli $a^{1/2}b^{1/2} < b + a - a^{1/2}b^{1/2}$, a więc jeśli $(a^{1/2} - b^{1/2})^2 > 0$, co zachodzi zawsze, to można zdefiniować kąt α zawarty między 0° a 90° taki, że

$$\cos \alpha = \frac{(b^{1/2} + a^{1/2})a^{1/2}b^{1/2}}{b^{3/2} + a^{3/2}} \quad (14)$$

Kąt α można wyznaczyć ze znanych wartości a i b .

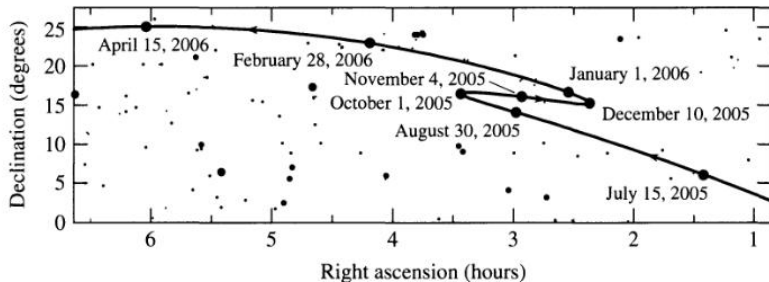
Równanie (13) jest więc

$$\rho^2 \frac{d\lambda}{dt} = A[\cos \alpha - \cos(L - l)]. \quad (15)$$

Stąd $\dot{\lambda}$ może być dodatnie (ruch prosty) lub ujemne (λ maleje, ruch wsteczny). Dla $\dot{\lambda} = 0$ planeta jest stacjonarna. W punkcie stacjonarnym $L - l = 0^\circ$ lub $360^\circ - \alpha$. Kiedy $L - l$ jest w przedziale $(360^\circ - \alpha) \rightarrow 0^\circ \rightarrow \alpha$, $\cos(L - l) > \cos \alpha$ i ruch geocentryczny jest wsteczny, a w przypadku przeciwnym prosty.

Czas, w którym długość geocentryczna λ planety rośnie od 0° do 360° jest tzw. okresem synodycznym S . Geocentryczny ruch wsteczny trwa więc $\alpha \cdot S/180$ dni, a ruch prosty $(180 - \alpha)/180$ dni.

Zadanie. Obliczyć ile dni trwa ruch wsteczny Jowisza. ($b = 5,20a$; $S = 399$ dni). Odp. $\alpha = 54\frac{1}{2}^\circ$, wsteczny=121 dni, prosty=278 dni.



Pozorny tor Marsa ze wschodu na zachód (2005). Wsteczny w okresie 1.10–10.12, na wschód względem odległych gwiazd (ruch dzienny odbywa się oczywiście ze wschodu na zachód). Widoczne są: Betelgeuse, jasna gwiazda w konstelacji Oriona ($\alpha, \delta = (5^h55^m, +7^\circ2')$), Aldebaran, w gwiazdozbiorze Byka, ($\alpha, \delta = (4^h36^m, +16^\circ31')$), Hiady i Plejady (również w gwiazdozbiorze Byka) ($\alpha, \delta = (4^h24^m, +15^\circ45')$ i ($3^h44^m, +23^\circ58'$).

Pytania ...?

- Koniunkcja heliocentryczna planet
- E_1, E_2, P_1, P_2 Ziemia i planeta P w kolejnych momentach koniunkcji;
 $\phi = E_1SE_2 = P_1SP_2, T$ - okresy.

$$2\pi + \phi = 2\pi/T_1 (t_2 - t_1)$$

$$2\pi = 2\pi/T (t_2 - t_1)$$

Okres T planety P :

$$T = 1 - 1/S, \quad (T_1 = 1 \text{ rok; dla Ziemi})$$

$S = (t_2 - t_1)$ jest okresem synodycznym (z obserwacji). Dla planet wewnętrznych:
 $T = S/(1 + S).$

