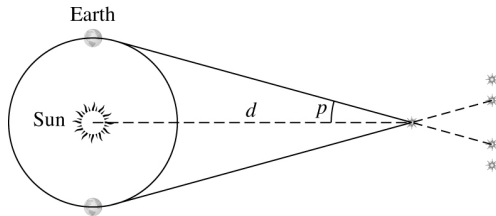


Układy podwójne gwiazd

ab

19 kwietnia 2019

- Wiadomości wstępne: Odległości; prawo Stefana-Boltzmann; Magnitudo; Jasność;
- Typy układów binarnych
- Równania
- Efekt Dopplera
- Zaćmienia
- Program TwoStars
- Pociemnienie brzegowe tarczy gwiazdy
- Exoplanety



- $1 \text{ AU} \approx 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$.
- parsec (pc) = 206265 AU
- $p = 206252 \frac{D}{d}$; $D = 1 \text{ AU}$, d - odległość do gwiazdy
- $d(\text{pc}) = \frac{1}{p('')}$
- Największa paralaksa: Proxima Centauri, $p = 0,76''$

Prawo Stefana-Boltzmana:

$$f = \sigma T^4$$

Jasność gwiazdy:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

gdzie R —promień gwiazdy, T —temperatura, σ —stała Stefana-Boltzmann.

Jasność związana jest z absolutną wielkością gwiazdową M .

- Hipparch (190-120p.n.e): ~ 850 gwiazd, 6 grup o blasku (wielkościach magnitudo) 1-6
- Pogson, 1856. Jeśli jasność obserwowana dwóch gwiazd różni się o 5 wielkości magnitudo, to wtedy natężenie oświetlenia pochodzącego od jaśniejszej gwiazdy jest 100 razy większe od oświetlenia pochodzącego od gwiazdy słabszej (prawo Pogsona). Stąd, czynnik Pogsona to pierwiastek 5-go stopnia z liczby 100: $100^{1/5} \approx 2,512$ Dla gwiazd o widomej jasności b_1 i b_2 mamy więc

$$\frac{b_1}{b_2} = 2,5^{m_2 - m_1} = 100^{(m_2 - m_1)/5}$$

- Jasność własna gwiazdy, luminacja, L :

$$b \sim \frac{L}{d^2}$$

- Wielkość absolutna $M \sim$ (jasność z odległości 10pc).

$$m = M + 5 \log \frac{d}{10}$$

1. Widzialna wielkość gwiazdowa α Car (Canopus) jest równa -0.62, a gwiazdy Wolf 359 wynosi 13,44. a) Która z gwiazd wydaje się jaśniejsza? b) Ile razy?

Odp. a) Canopus wydaje się jaśniejsza. b)

$$L_{Can}/L_{Wolf} = 100^{(m_{Wolf}-m_{Can})/5} = 100^{14.06/5} = 100^{2,812} = 420727.$$

Canopus jest ponad czterysta tysięcy razy jaśniejsza niż Wolf 359.

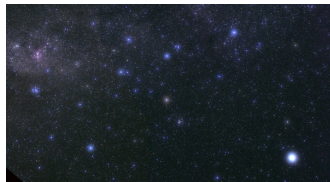
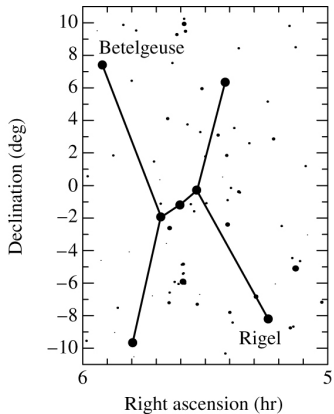
2. Gwiazda δ Cep jest gwiazdą pulsującą, o zmiennej wielkości widomej od $m = 3,5$ do $m = 4,4$ w okresie 5,366 dni. Ile razy δ Cep jest jaśniejsza w maksimum niż w minimum jasności?

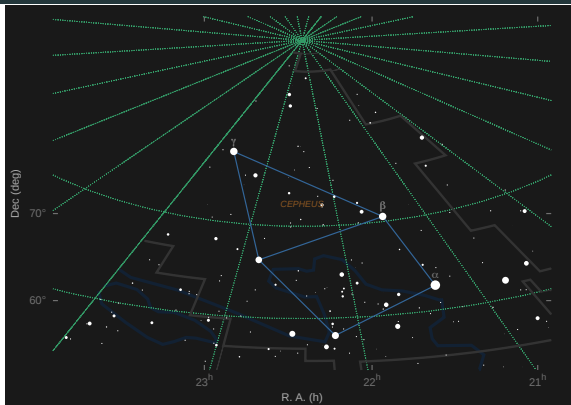
$$\text{Odp. } L_{max}/L_{min} = 100^{(4,4-3,5)/5} = 100^{0,18} = 2,291.$$

3. Absolutna wielkość gwiazdowa Słońca $M = 4,8$, a Betelgeuse $M = -5,14$. Ile razy Betelgeuse jest jaśniejsza niż Słońce?

$$\text{Odp. } L_B/L_S = 100^{(4,8-(-5,14))/5} = 100^{9,94/5} = 100^{1,988} = 9462.$$

(Betelgeuse: czerwona; Rigel: niebiesko-biała)





Konstelacja Cefeusza. δ Cep – gwiazda podwójna o żółtym i niebieskim składniku. Zmienna o okresie 5 dni 9 godzin i zmianach jasności od 3,6 do 4,3m. Jest pierwszą, odkrytą w 1784 roku przez Johna Goodricke, gwiazdą zmienną pulsującą, od której całą grupę gwiazd zmiennych określa się nazwą cefeid.

Wielkość absolutna M określa jasność gwiazdy. L jest miarą energii całkowitej wypromieniowanej przez gwiazdę w czasie jednej sekundy (moc).

Słońce: $L_{\odot} = 3.84 \times 10^{26} \text{W}$

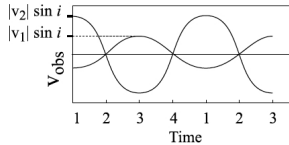
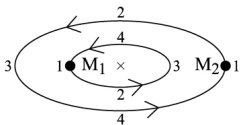
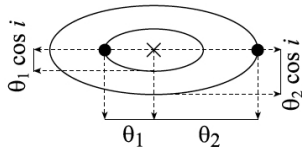
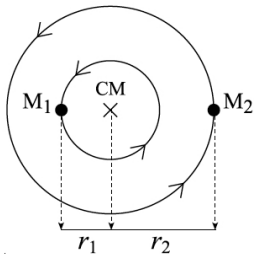
Zakładając, że gwiazda promieniuje jak ciało doskonale czarne o temperaturze T , z prawa Stefana-Boltzmann'a mamy

$$L = 4\pi R\sigma T^4,$$

gdzie $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$.

Jasność rośnie więc z wielkością i temperaturą gwiazdy.

- optyczne – odległe gwiazdy; pozorny układ binarny
- widome – układ o, zazwyczaj, długim okresie obiegu
- astrometryczne – jedna obserwowana gwiazda układu
- zaćmieniowe – obserwowalne zmiany jasności układu
- spektroskopowe – dwa różne widma dyskretne; efekt Dopplera
 $\Delta\lambda/\lambda = v/c$; efekt Dopplera jednego składnika układu



Prawo Keplera

$$\omega^2 = \frac{G(M_1 + M_2)}{a^3}$$

gdzie $a = r_1 + r_2$.

$$r_1 = aM_2/(M_1 + M_2), \quad r_2 = aM_1/(M_1 + M_2)$$

Obserwujemy kąty: θ_1, θ_2 , między CM a, maks. odległością składników od centrum masy, a więc $r_1 = \theta_1 d$, $r_2 = \theta_2 d$ gdzie d jest odległością układu.

Stąd

$$\frac{\theta_1 d}{\theta_2 d} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{M_2}{M_1}$$

Jeśli nachylenie płaszczyzny orbit równa się i to

$$|v_{1obs}| = |v_1| \sin i, \quad |v_{2obs}| = |v_2| \sin i.$$

Ponieważ

$$|v_1| = \frac{2\pi r_1}{P}, \quad |v_2| = \frac{2\pi r_2}{P},$$

gdzie P jest okresem, więc

$$\frac{|v_{1obs}|}{|v_{2obs}|} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{M_2}{M_1}.$$

Zamieniając w prawie Keplera a przez $r_1 + r_2$ i biorąc pod uwagę nachylenie płaszczyzny orbit i otrzymamy

$$(M_1 + M_2) \sin^3 i = \frac{P(|v_{1obs}| + |v_{2obs}|)^3}{2\pi G}$$

Jeśli nie można zmierzyć $|v_{2obs}|$ wówczas

$$(M_1 + M_2) \sin^3 i = \frac{P |v_{1obs}|^3 (1 + M_1/M_2)^3}{2\pi G},$$

a stąd

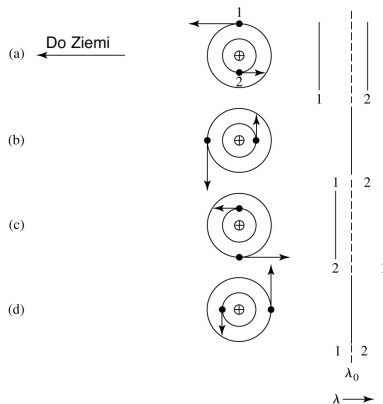
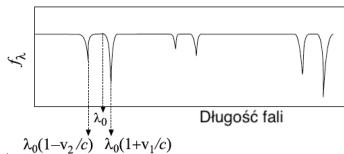
$$\frac{M_2^3}{(M_1 + M_2)^2} \sin^3 i = \frac{P |v_{1obs}|^3}{2\pi G}$$

Tutaj nie znamy M_1, M_2, i . Ważny przypadek $M_2 \ll M_1$

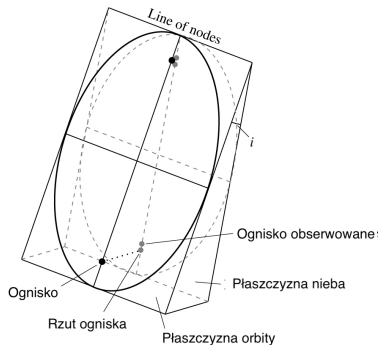
$$M_2 \sin i \approx \left(\frac{P}{2\pi G} \right)^{1/3} |v_{1obs}| M_1^{2/3}. \quad (A)$$

Poszukiwanie planet pozasłonecznych (extrasolar planets). (patrz, e.g., [https://pl.wikipedia.org/wiki/Planeta_pozas\T1\loneczna](https://pl.wikipedia.org/wiki/Planeta_pozas%5Ct1%5Csloneczna); lub <http://exoplanet.eu>)

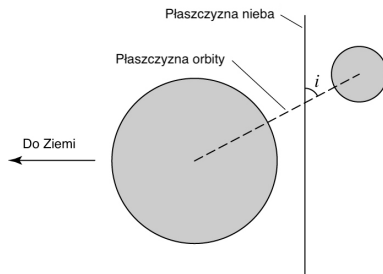
Przesunięcie dyskretnych linii widmowych gwiazd spowodowane ich ruchem *do* i *od* obserwatora.

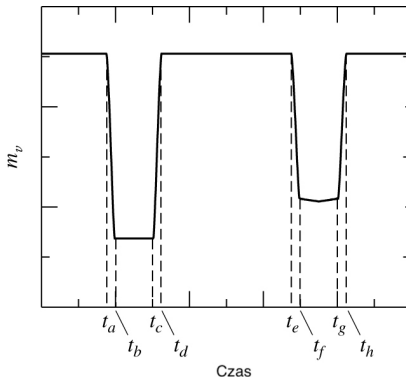
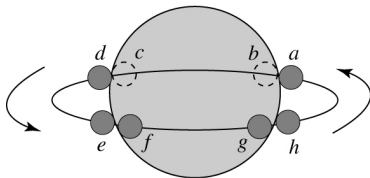


Płaszczyzna orbity gwiazdy układu podwójnego (gwiazd) jest najczęściej nachylona względem płaszczyzny stycznej do sfery niebieskiej pod kątem $i \neq 0$

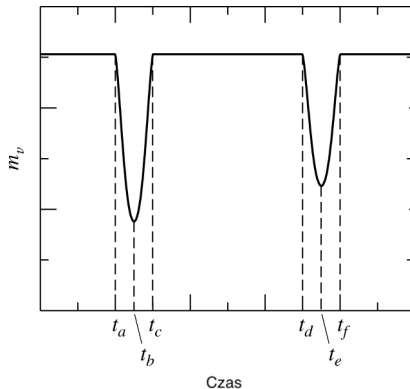
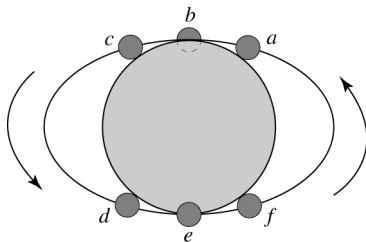


Nachylenie i powodować może, wzajemne, okresowe zaćmienia gwiazd. Zależy to od i i od rozmiarów składników układu podwójnego





Przy zaćmieniach obserwuje się okresowe spadki i wzrosty jasności. Pomiary *czasów zaćmień* pozwalają wyznaczyć inne charakterystyki układu.

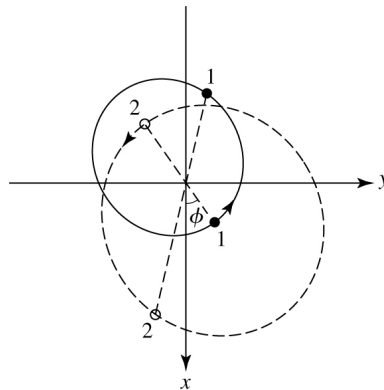


Charakter zaćmień zależy od nachylenia orbity i oraz od promieni składników układu podwójnego i ich odległości.

Tutaj mamy przypadek zaćmień częściowych.

TwoStars.f90

Współrzędne w płaszczyźnie orbit.



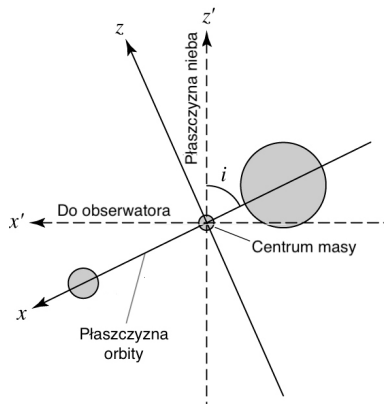
Współrzędne *obserwowane*.

Współrzędne primowane i zwykłe są związane (obrot wokół osi $y' = y$ o kąt i):

$$x' = z \cos i + x \sin i$$

$$y' = y$$

$$z' = z \sin i - x \cos i$$

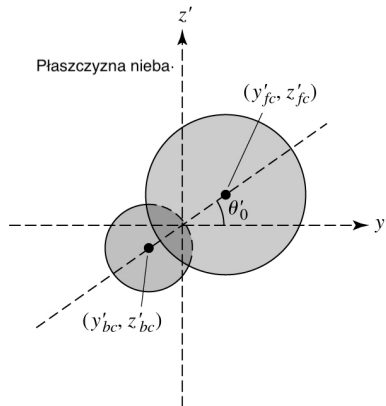


Zaćmienie ma miejsce gdy

$$\sqrt{(y'_{fc} - y'_{bc})^2 + (z'_{fc} - z'_{bc})^2} < R_f + R_b$$

Punkt y'_b, z'_b (b) należy do obszaru zaciennionego jeśli

$$\sqrt{(y'_b - y'_{bc})^2 + (z'_b - z'_{bc})^2} \leq R_b$$



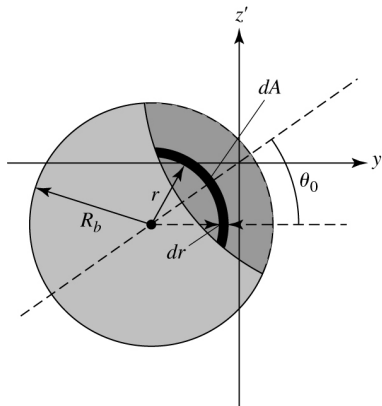
Całkowanie po obszarze
zaczienionym.

$$dA = 2r dr d\theta$$

gdzie θ jest kątem mierzonym od
osi symetrii przechodzącej przez
centra obu składowych układu –
zmienia się od zera do wartości θ_0 ,
przy której są jeszcze spełnione
zależności z poprzedniej strony.
Jasność elementu dA

$$dL = f(r) * dA * \sigma * T^4$$

gdzie $f(r)$ jest funkcją opisującą
pociemnienie brzegowe.



Pociemnienie brzegowe

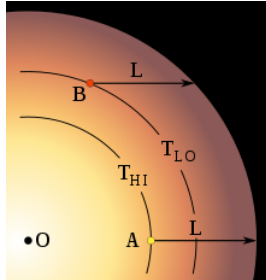
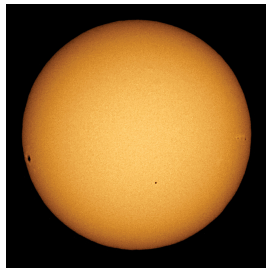
Brzeg tarczy gwiazdy jest ciemniejszy niż obszar centralny. Jest to wynik tego, że światło, które dociera do obserwatora pochodzi z różnych warstw atmosfery gwiazdy: płytszej – zimniejszej przy krawędzi, i głębszej – gorętszej w centrum.

(Van Hamme, W., *Astronomical Journal*, Vol. 106, 1096, 1993.)

$$\mu = \cos(r\pi/2R)$$

$$f = 1 - x(1 - \mu) - y\mu \log(\mu)$$

gdzie $x = 0.648$, $y = 0.207$, r jest odległością od centrum, a R jest promieniem gwiazdy.

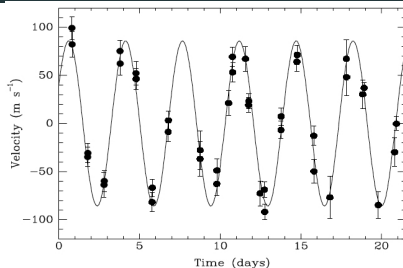


Obliczyć masę Słońca.

$$M_{\odot} = \frac{\omega^2 a^3}{G} = \frac{4\pi^2 a^3}{P^2 G}$$

gdzie P jest okresem.

$$M_{\odot} = \frac{4 \times \pi^2 (1,5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{(3,15 \times 10^7 \text{ s})^2 \times 6,7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}} = 2,0 \times 10^{30} \text{ kg}$$



Observed “radial velocity curve” (i.e., line-of-sight velocity vs. time) for the nearby (≈ 50 pc) star HD209458, revealing the presence of a planetary companion that causes the star to orbit around the common center of mass. Using Eq. (A) , and assuming the parent star has a mass $M_1 = 1.1M_\odot$ (based on its observed spectral type), the amplitude (86 m/s) and period (3.5 days) of the observed velocity oscillations indicate a planet mass $M_2 = 0.7M_J / \sin i$, where M_J is one Jupiter mass. The orbital radius is 0.05 AU. In this particular system, a periodic 1.5% amplitude eclipse of the star’s flux has also been detected, due to the transit of the planet across the face of the star, indicating $\sin i \approx 1$. Data: T. Mazeh et al. 1999, *Astrophys. J.*, 532, L55

Rozpatrzeć układ podwójny YY Sgr (w gwiazdozborze Strzelca; Sagittarius) o parametrach: $M_1 = 5,9M_{\odot}$, $R_1 = 3,2R_{\odot}$, $T_1 = 15200\text{K}$, $M_2 = 5,6M_{\odot}$, $R_2 = 2,9R_{\odot}$, $T_2 = 13700\text{K}$. Okres $P = 2,6284734\text{d}$, mimośród $e = 0,1573$, nachylenie płaszczyzny orbit $i = 88,89^\circ$, kąt peryastra wynosi $214,6^\circ$.

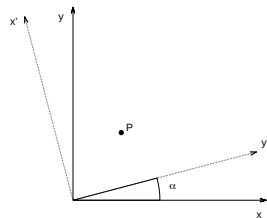
- a) Wykreślić jasność układu w funkcji czasu.
- b) Obliczyć prędkości radialne gwiazd.

($a_1 = 0,040974$, $a_2 = 0,43169$)

Związek między współrzędnymi punktu P w układzie (x, y) i układzie (x', y') obróconym względem (x, y) o kąt α :

$$x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha$$

$$y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha$$



Z Wikipedii:

As of 1 April 2019, there are 4,023 confirmed planets in 3,005 systems, with 656 systems having more than one planet.[6]

Patrz, np. <http://exoplanet.eu>